

IV ENCUENTRO DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA, UNED 2013

La mediación pedagógica para el aprendizaje de la matemática

Ponencia resultado de una investigación

Título: *Relación entre el uso que se le daba a la calculadora en las clases de Matemática de los últimos dos años de la educación secundaria y el desempeño en el curso Matemática general de los estudiantes de primer año de ingeniería del Instituto Tecnológico de Costa Rica.*¹

Autor: M.Ed. Randall Blanco Benamburg

Institución: Instituto Tecnológico de Costa Rica

Correo Electrónico: randallblancob@gmail.com

Resumen

Se aborda la influencia del uso de la calculadora durante la educación secundaria como uno de los aspectos que influye en el desempeño de los estudiantes en el primer curso de Matemática del ITCR. Los estudiantes consideran que el abuso de las herramientas que incorpora este artefacto les aleja de la comprensión de conceptos matemáticos y eso les perjudica en el curso universitario.

Palabras claves

Rendimiento académico - Calculadora científica - Educación secundaria - Matemática universitaria.

Introducción

Los procesos de enseñanza y aprendizaje de las distintas áreas del conocimiento han sido afectados por la tecnología. La Enseñanza de la Matemática en particular es una de las áreas en las que se han incorporado las herramientas tecnológicas como parte de las opciones con

¹ Este trabajo se deriva del Trabajo Final de Graduación del investigador para optar por el Magíster en Psicopedagogía de la UNED, en el cual obtuvo mención honorífica.

las que se complementa la labor de los docentes, en su intención de lograr que los estudiantes adquieran diferentes destrezas y conocimientos relacionados con la Matemática.

Con respecto a la apreciación del uso de la calculadora en la educación secundaria costarricense, algunas autoridades académicas se han pronunciado, en particular, sobre los efectos nocivos de algunos usos de la calculadora en el aula de Matemáticas. Así, por ejemplo, en junio del año 2007 la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica entregó una solicitud al Ministro de Educación Pública (DEM-489-07) en la cual se insta, entre otros aspectos, a no permitir el uso de la calculadora al resolver los exámenes de Bachillerato de esta asignatura, ya que consideran que esto está validando prácticas para pasar exámenes sin que se dé un verdadero aprendizaje de los conceptos.

Esta es una de las manifestaciones de las universidades estatales costarricenses sobre su preocupación por las deficiencias, en cuanto a conocimiento matemático se refiere, con que ingresan sus alumnos cada año. En este sentido, para reforzar esta idea y construir un panorama más preciso sobre el nivel de ingreso de los estudiantes, la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica (TEC), así como su similar en la Universidad de Costa Rica (UCR) aplican, desde hace varios años, una prueba de diagnóstico al inicio del curso lectivo.

Diferencias tan notorias en los resultados de este tipo de pruebas con respecto a la de Bachillerato, donde poder o no usar la calculadora científica pareciera ser una de las causas más importantes de la diferencia, hace que sea necesario cuestionarse sobre el tipo de destrezas que se están desarrollando en la educación secundaria costarricense y en particular en las clases de Matemática.

De acuerdo con los resultados de los últimos años en el examen de Bachillerato del Ministerio de Educación Pública, se muestra un desempeño bajo en ítems en los cuales no basta un trabajo algorítmico y en los que la calculadora no representa una ayuda tan importante como en otros ejercicios, sino que los estudiantes requieren de la aplicación de conceptos. Al respecto, García (2009) afirma que

Se muestra así una actitud favorable hacia el aprendizaje sin comprensión, recurriendo al uso de la calculadora, de manera incorrecta, ya que propone una forma de hacer Matemáticas que privilegia al resultado por encima del proceso, es decir, el fin último vendría a ser el obtener respuestas correctas a los ejercicios (p. 8).

A pesar de que en los programas del Ministerio de Educación Pública para el tercer ciclo y el ciclo diversificado vigentes hasta el 2012 se dice explícitamente que se debe utilizar la tecnología para enseñar Matemática, y en particular la calculadora, no se dan orientaciones específicas de la forma en que se debe hacer este uso.

Es posible que ese uso de la tecnología contribuya al desarrollo de destrezas y razonamientos que permitan aprender Matemáticas de una mejor manera, sin embargo, pareciera que no es eso lo que se está logrando en Costa Rica, aspecto que incluso cuestionan los asesores de Matemática del Ministerio de Educación, según informa el periodista Villegas en algunos artículos publicados en el diario La Nación durante el año 2007.

El panorama se vuelve aún más complejo si se toman en consideración las promociones de los primeros cursos de Matemática a nivel universitario. Un ejemplo de esto es el curso de *Matemática general* que se imparte a la gran mayoría de los estudiantes que ingresan al TEC durante su primer semestre.

Marco teórico

Autores como Tenoch Cedillo (1988), Luis Moreno (2002), Aimee Ellington (2003), Silvia Del Puerto y Claudia Minaard (2003), entre otros, reportan beneficios de la enseñanza de la Matemática con calculadora, entre los cuales se pueden considerar una mejor actitud hacia esta asignatura, efectos positivos en la habilidad de graficar, mayor perseverancia y flexibilidad en la resolución de problemas, preguntas de más alto nivel por parte de los docentes, entre otras.

La mayoría de los beneficios reportados por estos investigadores se refieren al uso de las calculadoras graficadoras.

En el caso de Costa Rica, en actividades como los Festivales de Matemática o el Congreso Internacional sobre la Enseñanza de la Matemática Asistida por Computadora (CIEMAC), que organiza el Instituto Tecnológico de Costa Rica, se han presentado trabajos principalmente con uso de *software* educativo.

La automatización, la compensación y la génesis instrumental

Para analizar la información que se obtuvo como resultado de la investigación se tomó como referente las ideas desarrolladas por los investigadores europeos Bernhard Kutzler y Michèle

Artigue sobre la automatización y la compensación y la teoría de la génesis instrumental, respectivamente.

LA AUTOMATIZACIÓN Y LA COMPENSACIÓN

El investigador Kutzler (2000) sostiene que las calculadoras o las computadoras tienen dos aplicaciones elementales en la enseñanza: la automatización y la compensación.

Para algunos estudiantes aprender tópicos avanzados de Matemática puede resultar una tarea muy compleja. Ante esta situación, los docentes tienen la posibilidad de utilizar la calculadora como una herramienta de *compensación*, la cual facilite a sus alumnos la asimilación de conceptos matemáticos. Un ejemplo dado por Kutzler es el siguiente:

Un estudiante con deficiencias en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales encontrará difíciles los problemas de geometría analítica, simplemente porque resolver un sistema de ecuaciones es un subproblema que encontrará con frecuencia en geometría analítica. Es no solamente un acto de humanidad, sino nuestro deber pedagógico proveer a este estudiante de una herramienta que compense su deficiencia, permitiendo por lo tanto que el estudiante pueda hacer geometría analítica correctamente a pesar de su deficiencia (Kutzler, 2000, p. 2)

Por otra parte, él afirma que resolver mentalmente ejercicios de aritmética y de álgebra, como ejercicios intelectuales, puede resultar una práctica adecuada para fortalecer la aptitud y la salud intelectuales, sin embargo una vez que una persona aprende a utilizar una calculadora o una computadora, se pueden *automatizar* los cálculos, de modo que es posible recurrir a estas herramientas cuando sea necesario.

Dentro de este marco de la automatización y la compensación, la tecnología en general, y la calculadora en particular, pueden ser útiles en la enseñanza de la Matemática en cuatro aspectos esenciales: la trivialización, la experimentación, la visualización y la concentración.

- a. La *trivialización* se refiere a la posibilidad de que procesos que pueden resultar complejos para un estudiante con técnicas de lápiz y papel, como una gráfica o la simplificación de una expresión algebraica, se pueden transformar en algo sencillo gracias a las herramientas de un paquete de cómputo o una calculadora.

Por ejemplo, trazar la gráfica de la ecuación $y = 3x + 5$ puede considerarse algo simple para un estudiante que conozca la relación entre los coeficientes de una ecuación lineal

con dos incógnitas y su gráfica. Mientras que realizar la gráfica de $y = 2x + \cos\left(\frac{x}{2}\right) - 1$ requiere de un trabajo mucho más elaborado. El uso de una calculadora graficadora o de programas graficadores para computadora permite que obtener esta segunda gráfica se vuelva algo tan trivial como la primera.

- b. De acuerdo con Kutzler, el camino del descubrimiento del conocimiento matemático no sigue un esquema como el que se implantó en las aulas hace unas décadas como consecuencia del movimiento Bourbaki (conocido como la Reforma de las Matemáticas Modernas), es decir, no corresponde al modelo axioma-definición-teorema-demostración-corolario. Su planteamiento indica que se requiere de una primera etapa de experimentación. Bajo este enfoque los pasos principales de este descubrimiento se pueden ver de la siguiente forma:

La aplicación de algoritmos conocidos produce *ejemplos*. A partir de los ejemplos se *observan* las propiedades que se expresan como *conjeturas*. Probar una conjetura genera un *teorema*, es decir, conocimiento garantizado. El conocimiento algorítmicamente útil de los teoremas se pone en ejecución en un nuevo algoritmo. Entonces el algoritmo se aplica a nuevos datos, generando nuevos ejemplos, que conducen a nuevas observaciones, y así sucesivamente.

La tecnología permite dar un lugar importante a la *experimentación* como parte complementaria a los métodos tradicionales de la enseñanza. A diferencia de las técnicas de papel y lápiz, estos artefactos modernos abren la posibilidad de que los estudiantes realicen una gran cantidad de ejemplos antes de plantear sus conjeturas.

- c. Kutzler entiende por *visualización* la posibilidad de ilustrar un objeto, un hecho o un proceso, ya sea por medio de un gráfico o de una expresión numérica o algebraica. En este campo las calculadoras son una herramienta muy potente. Por ejemplo, una calculadora graficadora facilita que un estudiante logre identificar relaciones entre una expresión algebraica y su representación gráfica.

Esta posición es respaldada por los norteamericanos Waits y Demana (1999), quienes han realizado trabajos en los cuales buscan explotar la posibilidad que brindan las calculadoras graficadoras en el proceso de visualizar propiedades de objetos matemáticos, por ejemplo en la enseñanza del cálculo.

- d. Cuando un estudiante aprende una nueva habilidad, ligada a un concepto matemático, es usual que requiera realizar cálculos que forman parte de los procesos nuevos pero que se suponen que fueron aprendidos anteriormente y que pueden interrumpir su concentración en lo que está aprendiendo. Por ejemplo, cuando se aprende a resolver ecuaciones, el estudiante debe pensar en la manera de despejar una variable pero además debe estar haciendo cálculos constantemente, los cuales son parte de una tarea de más bajo nivel que se supone que ya fue bastante practicada.

Este cambio continuo de niveles ocurre inevitablemente en casi todos los tópicos en las Matemáticas escolares. Parece ser que uno de los problemas centrales en la enseñanza de las Matemáticas consiste en que los estudiantes tienen que desarrollar una nueva habilidad mientras que todavía continúan practicando una “vieja” habilidad (Kutzler, 2000, p. 7).

Ante esta situación, las calculadoras representan una herramienta que brinda a los estudiantes la posibilidad de concentrarse en la tarea que están aprendiendo. Por ejemplo, en el caso de la solución de una ecuación, una calculadora algebraica le permite al estudiante decidir cuál es la transformación que debe hacerse y la máquina realiza los cálculos. Gracias a la respuesta inmediata que recibe, quien está aprendiendo a resolver ecuaciones puede ver si eligió la transformación apropiada.

LA GÉNESIS INSTRUMENTAL

Para Codes y Sierra (2005) existen diversos tópicos de Matemática en los cuales se ha trabajado respecto a la incorporación de la tecnología en su enseñanza. Sin embargo, consideran que existen dos marcos teóricos en los cuales se desarrollan las investigaciones de este campo: el constructivismo y el instrumental, los cuales difieren principalmente en el valor que se le otorga al trabajo técnico. Ellos aseguran que

Bajo el enfoque instrumental, se piensa que nuestra forma de interactuar con los objetos matemáticos está determinada y expresada a través de tareas y técnicas que le dan forma y valor, y del discurso técnico y teórico circundante. Por ello, se apoya en la teoría antropológica de Chevallard, que le permite integrar la dimensión institucional y defiende el papel de las técnicas y los instrumentos como mediadores del conocimiento matemático. El enfoque constructivista, centra su atención en el aspecto cognitivo del aprendizaje y no otorga el mismo valor al trabajo técnico, que está asociado a la automatización de tareas y esto, en ocasiones, a la falta de comprensión (Codes y Sierra, 2005, p. 1).

Dentro del enfoque de la aproximación instrumental, Michèle Artigue (2002) afirma que existe un proceso mediante el cual una persona le da un valor instrumental a un artefacto con el que

interactúa, al cual denomina **génesis instrumental** y plantea que trabaja en dos direcciones: instrumentalización e instrumentación. Sobre este primer proceso Ballestero (2007) afirma que

La instrumentalización está dirigida más hacia el artefacto en sí, donde el individuo conoce las bondades del artefacto, las potencialidades y donde eventualmente puede transformar estas potencialidades hacia usos específicos. La instrumentalización es un proceso que se da desde un punto de vista externo, donde la persona aprende a utilizar el artefacto en sí mismo. Esta fase es sumamente importante, porque el nivel de logro que obtenga el sujeto en la fase de instrumentación, estará condicionada con el nivel de manejo desde el punto de vista operativo y funcional, que la persona haga del artefacto (p. 132).

Sobre la instrumentación Del Castillo y Montiel (2009) afirman que tiene una componente privada, consustancial a cada sujeto; y una social, que resulta de la interacción que tiene con los otros sujetos, con los diseñadores y con otras ayudas exteriores. Según indican estos autores:

El progresivo descubrimiento del sujeto de las propiedades (intrínsecas) de los artefactos va acompañado de la adaptación de sus esquemas, así como de los cambios en la significación del instrumento resultante de la asociación del artefacto con los nuevos esquemas [...] El nacimiento de estos esquemas, la asimilación de nuevos artefactos a los esquemas (que dan un nuevo significado a los artefactos), la adaptación de los esquemas (que contribuye a sus cambios en el significado), constituye esta segunda dimensión de la génesis instrumental (p. 465).

Según Artigue (2004) se han efectuado investigaciones que demuestran que existe una complicada relación entre los conocimientos técnicos sobre el artefacto y los conocimientos matemáticos que se ponen en juego y que “una buena parte de esos conocimientos son ajenos al currículo oficial, en el que aún si figura el uso de calculadoras y programas, los contenidos y valores permanecen definidos en relación con el ambiente cultural tradicional del trabajo matemático de la escuela: el ambiente de lápiz y papel” (p. 22).

Rendimiento académico

Para efectos de esta investigación es importante tener claro lo que se considerará como rendimiento académico. Tradicionalmente este término ha estado relacionado con las calificaciones obtenidas por los estudiantes durante un determinado curso o periodo lectivo.

También podría considerarse en un sentido más amplio como la conclusión exitosa versus el abandono de un proceso educativo, ya sea educación media o una carrera universitaria.

Para Tejedor y García-Valcárcel (2007) el rendimiento académico, en su sentido estricto, es

medido a través de la presentación a exámenes o éxito en las pruebas (calificaciones), que se traduce en unas determinadas tasas de promoción (superación de curso), repetición (permanencia en el mismo curso más de un año) y abandono (alumnos que dejan de matricularse en cualquiera de los cursos de la carrera) (p. 445).

Diversos estudios realizados para identificar las causas del rendimiento académico sugieren que esto no es un objetivo fácil de lograr, pues existe una gran diversidad de factores asociados al logro de las metas académicas de los estudiantes. Tejedor y García-Valcárcel (2007, p. 447) señalan cinco tipos de variables que se relacionan con el desempeño de los estudiantes en la universidad:

- De identificación (género, edad)
- Psicológicas (aptitudes intelectuales, personalidad, motivación, estrategias de aprendizaje, etc.)
- Académicas (tipos de estudios cursados, curso, opción en que se estudia una carrera, rendimiento previo, etc.)
- Pedagógicas (definición de competencias de aprendizaje, metodología de enseñanza, estrategias de evaluación, etc.)
- Socio-familiares (estudios de los padres, profesión, nivel de ingresos, etc.)

En el caso del Instituto Tecnológico de Costa Rica, la investigación de Moreira (2011, p. 50) reflejó que algunas variables relacionadas con el desempeño de los estudiantes en el curso de Matemática general son los siguientes: Cantidad de cursos matriculados, tipo de colegio de procedencia, nota de Matemática en el examen de admisión, tiempo dedicado al estudio y asistencia a clases

Marco metodológico

De acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2010) la presente investigación corresponde a un diseño explicativo secuencial (DEXPLIS). Sobre este diseño los autores citados anteriormente señalan que “Un propósito frecuente de este modelo es utilizar resultados

cualitativos para auxiliar en la interpretación y explicación de los descubrimientos cuantitativos iniciales, así como profundizar en éstos” (p. 566).

Para lograr los objetivos propuestos se requiere de una primera fase de revisión de bibliografía y la obtención de una serie de datos cuantitativos relacionados con la promoción de los estudiantes en el curso de Matemática general (MG) del Instituto Tecnológico de Costa Rica (TEC).

Una segunda fase consistió a un trabajo de corte cualitativo que permitiera brindar una mejor comprensión de los datos arrojados en la primera etapa. En este caso se utilizarían diferentes técnicas de recolección de datos cualitativos: entrevistas a docentes de la Escuela de Matemática del TEC y dos grupos focales con estudiantes que hayan recibido el curso de MG en el primer semestre 2012.

En esta fase cualitativa se buscó obtener información de estos alumnos acerca de cómo valoran ellos la formación matemática recibida en la educación diversificada, en particular las estrategias como el uso de la calculadora y principalmente si ellos consideran que existe alguna relación entre estas metodologías y los resultados obtenidos en MG.

La población en esta investigación corresponde a los estudiantes que matricularon el curso Matemática general en el primer semestre del año 2012, en la sede central del Instituto Tecnológico de Costa Rica en Cartago y los profesores de ese curso.

Para el estudio se eligió una muestra de tipo estratificada que incorporó los siguientes subgrupos:

- Estudiantes que matricularon el curso en el primer semestre y lo aprobaron.
- Estudiantes que matricularon el curso por en el primer semestre y lo perdieron.

En el caso de los docentes se seleccionaron cuatro de la cátedra de Matemática general del primer semestre de 2012. Específicamente, se seleccionaron dos de cada uno de los horarios: mañana y tarde; procurando que hubieran impartido el curso en varias ocasiones y además tuvieran alguna experiencia en educación secundaria.

Resultados

Algunos de los resultados que se obtuvieron en esta investigación son los siguientes:

Datos sobre conformación y promoción de los estudiantes de la cátedra

- 87,1% de los estudiantes que matricularon el curso lo hicieron por primera vez y la promoción de MG durante el I semestre de 2012 fue de 45,1% en la sede central y 45,6% si se consideran las tres sedes.
- más de la mitad de los estudiantes provienen de un colegio público y un porcentaje muy bajo obtuvo su bachillerato en modalidad de educación abierta. Un 31,4% provienen de colegios académicos privados.
- de los estudiantes que matricularon el curso por primera vez, solamente 47% lo aprobó. El subgrupo que tuvo mejor resultado en el curso fue el conformado por los estudiantes que provienen de colegios privados, de los cuales aprobó 50,2%.

Según los cuestionarios aplicados:

- ✓ Entre el grupo de alumnos que aprobaron Matemática general, la mayoría empezó a utilizar calculadora científica en noveno o en un año posterior, mientras que en grupo de los que repiten este curso, la mitad inició antes de llegar a noveno año.
- ✓ Entre los que repiten el curso Matemática general, 27% está de acuerdo o completamente de acuerdo con que los ejercicios que resolvía en las clases de Matemática durante los últimos dos años de educación secundaria eran principalmente de selección única, mientras que esta opinión la tienen 15% de los que matricularon Cálculo Diferencial e Integral.
- ✓ 63% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que la calculadora científica les ayudó a obtener buenas calificaciones en la secundaria, opinión que es compartida por 45% de los que aprobaron ese curso.
- ✓ 73% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general y 67% de los que lo aprobaron manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que la calculadora científica fue muy útil para responder preguntas en el examen de bachillerato.

- ✓ 32% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general y 20% de los que lo aprobaron manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que si no hubiera sido por la calculadora científica no hubiera aprobado el examen de bachillerato.
- ✓ 41% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general, y 26% de los que lo aprobaron, manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que sus profesores de Matemática durante los últimos años de secundaria proponían actividades donde utilizaban la calculadora para aprender conceptos nuevos de Matemática.
- ✓ 62% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general, y 41% de los que lo aprobaron, manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que sus profesores de Matemática le enseñaron a utilizar la calculadora científica para probar opciones de los ejercicios de selección única.
- ✓ 60% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general, y 39% de los que lo aprobaron, manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que su principal estrategia para responder preguntas en el examen de bachillerato fue probar opciones utilizando la calculadora científica.
- ✓ 73% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general, y 45% de los que lo aprobaron, manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que, durante los últimos años de educación secundaria, aprendió a utilizar la calculadora científica como herramienta para resolver ejercicios de desarrollo de Matemática.
- ✓ 43% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general, y 47% de los que lo aprobaron, manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que, durante su educación secundaria, aprendió a identificar formas adecuadas de utilizar la tecnología para resolver ejercicios de Matemática.
- ✓ 22% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general, y 20% de los que lo aprobaron, manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que, durante sus últimos años de educación secundaria, los profesores de Matemática apoyaban sus clases con el uso de la computadora.
- ✓ 8% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general, y 10% de los que lo aprobaron, manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que, durante su educación secundaria, aprendió a utilizar algunas herramientas computacionales para resolver problemas matemáticos.
- ✓ 42% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general, y 29% de los que lo aprobaron, manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que, durante su educación secundaria, podía responder ejercicios en las pruebas de

Matemática, usando la calculadora científica, aunque no dominara los conceptos involucrados.

- ✓ 46% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general, y 28% de los que lo aprobaron, manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que, durante la prueba de bachillerato de Matemática, podía responder ejercicios usando la calculadora científica, aunque no dominara los conceptos involucrados.
- ✓ 74% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general, y 65% de los que lo aprobaron, manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que, durante la educación secundaria, la única herramienta tecnológica utilizada en las clases de Matemática fue la calculadora científica.
- ✓ 88% de quienes matricularon Cálculo Diferencial e Integral y 89% de quienes repiten Matemática general están en desacuerdo o completamente en desacuerdo con que durante los últimos años de la educación secundaria, algunas veces utilizó calculadora graficadora para estudiar Matemática.
- ✓ 48% de quienes matricularon Cálculo Diferencial e Integral y 68% de quienes repiten Matemática general están en desacuerdo o completamente en desacuerdo con que el uso de la calculadora científica que aprendió durante la educación secundaria, le fue de mucha utilidad este curso universitario.
- ✓ 67% de los estudiantes que perdieron el curso de Matemática general, y 56% de los que lo aprobaron, manifiestan estar de acuerdo o completamente de acuerdo con que, la calculadora científica era más útil en los exámenes de Matemática durante la educación secundaria que en este curso universitario.
- ✓ 38% de quienes matricularon Cálculo Diferencial e Integral y 58% de quienes repiten Matemática general están en desacuerdo o completamente en desacuerdo con que la calculadora científica fue de mucha utilidad durante las clases de este curso universitario
- ✓ 78% de los estudiantes de ambos grupos están en desacuerdo o completamente en desacuerdo con que la calculadora científica le permitía resolver ejercicios de las pruebas de este curso universitario, aunque no dominara los contenidos involucrados.

Según los estudiantes participantes de las sesiones de enfoque:

Los estudiantes que repiten MG	Los estudiantes que aprobaron MG
Algunos no utilizaron calculadora hasta que se prepararon para el examen de bachillerato,	Empezaron a utilizar la calculadora básicamente en la preparación para la prueba de bachillerato.

<p>mientras que uno de ellos indica que la usa desde que estaba en octavo año.</p>	<p>Son más enfáticos en señalar que ellos aprendieron a realizar procedimientos “a mano” aunque luego también aprendieran a resolver ejercicios con ayuda de la calculadora.</p>
<p>Aprendieron a usar la calculadora por sus propios profesores, por compañeros o, en muchos casos, por un curso que pagaron para prepararse para la prueba de bachillerato.</p>	<p>Los profesores no fueron quienes les enseñaron a utilizar la calculadora, sino que algunos compañeros o bien algún tutor que pagaron de forma privada les instruyó.</p>
<p>Durante los últimos años de educación secundaria la calculadora fue una herramienta que les ayudó mucho en las pruebas. Según ellos, a pesar de que tenían ejercicios de desarrollo, era posible ir realizando algunos pasos con ayuda de la calculadora e indicar los resultados parciales.</p>	<p>El uso de la calculadora principalmente para la prueba de bachillerato, pues la mayoría de ellos señala que en las pruebas de aula tenían ejercicios de desarrollo donde debían mostrar los procedimientos.</p>
<p>Hacen referencia a un bajo nivel de exigencia del colegio, a diferencia del que se encontraron en la universidad, aspectos de índole emocional como la separación de la familia y el tener que asumir responsabilidades que antes no tenían como los quehaceres del hogar, además de aspectos meramente académicos como el abuso de la calculadora en secundaria.</p>	<p>Señalan también la diferencia entre el nivel de dificultad de los cursos, la rapidez con que se estudian los contenidos en MG, la falta de bases pues muchos de los contenidos de MG fueron nuevos para ellos, la forma en que estudiaban los contenidos en secundaria: de una forma más mecánica.</p>
<p>En MG la calculadora casi no se puede usar y eso representa un choque emocional para muchos estudiantes que solo por el hecho de no tener la herramienta al lado se sienten inseguros y no logran realizar los ejercicios. Además, uno de ellos señala que al avanzar el curso y empezar a resolver los procedimientos a mano, se va perdiendo la costumbre de recurrir a la calculadora muy frecuentemente.</p>	<p>En MG la calculadora es una herramienta que permite revisar procedimientos y brinda seguridad a los estudiantes, pues según ellos la exigencia del curso les obliga a saber realizar los procesos por su cuenta. Algunos indicaron que consideraban que la formación en secundaria debería ser menos dependiente de la calculadora para que los estudiantes se acostumbren a realizar los ejercicios a mano.</p>
<p>Consideran que la dependencia de la calculadora</p>	<p>Señalaron que no les fue sencillo obtener ese</p>

<p>durante los últimos años de secundaria puede ser una de las variables que afectó su rendimiento en el curso universitario, pero recurren más a otras variables como la calidad de los profesores, el cambio en cuanto al nivel de exigencia de la secundaria al TEC, la falta de hábitos de estudio y organización con respecto a las labores, entre otras.</p>	<p>resultado y que la preparación para bachillerato haciendo énfasis en el uso de la calculadora les perjudicó pues perdieron habilidades en la resolución de cálculos que eran necesarios para el curso universitario. Según ellos, no contar con la calculadora puede restar seguridad a los estudiantes de MG. Indican que la diferencia entre el nivel de Matemática recibido en secundaria es inferior al que se exige en el curso del TEC por lo que tuvieron dificultades para aprobarlo.</p>
--	--

Según los docentes entrevistados:

- ✓ La calculadora no es una herramienta indispensable para el buen desempeño de los estudiantes en el curso, sin embargo, podría aprovecharse para agilizar principalmente la resolución de operaciones aritméticas más complejas, que no sustituyan el trabajo específico del concepto matemático que se está estudiando.
- ✓ Los estudiantes no tienen suficiente formación para decidir acerca de la mejor manera de utilizar la calculadora científica, la usan para realizar operaciones que están en capacidad de resolver por su propia cuenta y en otros casos aplican algunas funciones de la calculadora sin tener claridad del procedimiento está realizando.
- ✓ Tienen posiciones diferentes con respecto a la influencia del uso de la tecnología, y en particular de la calculadora, en el desempeño de los estudiantes solo uno indica que planifica clases en las cuales los estudiantes utilicen la calculadora científica o la computadora para realizar actividades propuestas por él.
- ✓ Existe algún sentimiento de inconformidad de los estudiantes pues el uso dado a la calculadora les favoreció en lo concerniente a la solución de ejercicios pero no al aprendizaje de conceptos matemáticos, esta se intensificaba aparentemente cuando los estudiantes estaban preparándose específicamente para la prueba de Bachillerato del Ministerio de Educación Pública.
- ✓ Es posible identificar algunas consecuencias del uso de las preguntas de selección única en el ciclo diversificado y en la preparación para las pruebas de bachillerato, como por ejemplo: necesidad de contar de previo con las respuestas de los ejercicios para

verificarlas, poco desarrollo de la capacidad de escribir procedimientos y argumentos que justifiquen una respuesta.

- ✓ Las bases que desarrolla un estudiante en secundaria son trascendentales pero no definitivas. En el rendimiento en el curso de Matemática general, según indican, puede ser que la formación matemática del ciclo diversificado favorezca o más bien obstaculice el rendimiento en el curso universitario, pero que esa influencia se ve afectada por otras variables como por ejemplo los hábitos de estudio, la motivación y perseverancia de los estudiantes, el aprovechamiento de los recursos que le brinda el TEC a sus alumnos como las horas de consulta, las tutorías, etc.

Conclusiones

Al culminar con el análisis de los datos obtenidos en esta investigación, algunas de las conclusiones a las que se pudieron llegar son las siguientes:

- ✓ Pareciera ser que, con respecto al uso de la calculadora científica en la educación secundaria, los procesos de instrumentalización son los que abundan, donde los estudiantes aprenden a utilizar alguna herramienta para un fin específico. Sin embargo, no pareciera que se desarrolle la habilidad de utilizar al máximo estas herramientas y la génesis instrumental queda limitada a la primera fase.
- ✓ Según indica una cantidad considerable de los estudiantes entrevistados, la calculadora científica se suele utilizar en las clases y pruebas de matemática sin tener claridad del proceso o concepto matemático que está involucrado.
- ✓ Los datos obtenidos respaldan la afirmación realizada al inicio de la investigación donde se conjeturaba que la herramienta tecnológica más utilizada en las clases de matemática es la calculadora científica. De hecho, casi la totalidad de los estudiantes participantes señalan que nunca han utilizado una herramienta más potente: ni calculadora graficadora ni paquetes computacionales, en las clases de matemática.
- ✓ La mayoría de estudiantes manifiestan haber aprendido a utilizarla como una herramienta para resolver determinados tipos de ejercicios, principalmente de selección, o bien para procesos parciales en ejercicios de desarrollo. Pareciera que en las clases de secundaria, y en las del mismo curso de Matemática general, no se acostumbra proponer actividades donde la calculadora permita experimentar y conjeturar como proponen Kutzler y otros autores.
- ✓ La evaluación del desempeño de los estudiantes en el curso Matemática general es diferente a la de secundaria, según lo que refieren la mayoría de los sujetos en esta

investigación. En un ítem de selección única lo que importa es la respuesta final, y la forma en que se llegue a ella no interesa realmente. Por otra parte, en una prueba de desarrollo, los procedimientos son considerados y deben ser mostrados por parte del estudiante para poder obtener el puntaje asignado a cada ítem. La concepción y el uso que se da del error del estudiante es diferente dentro de cada tipo de evaluación.

- ✓ Pareciera que la costumbre de ser evaluados por ítems de selección, no desarrolla en el estudiante la capacidad de escribir argumentos y procedimientos como los que se les solicitan en el curso universitario. Esto provoca que se cometan errores ya sea por desconocimiento del concepto matemático que se evalúa, por falta de dominio de otros que pueden ser herramientas algebraicas o conocimientos previos, pero también por falta de seguridad y ansiedad en los alumnos.
- ✓ Las opiniones dadas por los estudiantes en este estudio, coinciden con los argumentos de Pochulu (2005) sobre la diversidad de los orígenes de los errores que cometen al resolver problemas de Matemática. No solo se trata de carencia un conocimiento específico, sino que podría deberse también a una estructura cognitiva no adecuada para el trabajo que se le demanda.
- ✓ Algunas de las respuestas brindadas por los estudiantes evidencian que uno de los obstáculos que deben enfrentar es el cambio en la concepción de los docentes acerca de cómo y para qué estudiar matemática, así como la falta de coincidencia entre lo que ellos consideran que es aprender matemática (concepción que han desarrollado durante los años de escolaridad primaria y secundaria) y lo que significa eso para sus profesores de Matemática general.
- ✓ Una buena parte de los estudiantes que ingresan al TEC fueron sometidos a procesos donde se da, en términos de este autor, un uso exacerbado de técnicas algorítmicas o rutinas sin fundamentos teóricos y un tratamiento de problemas demasiado centrados en lo numérico, que dificulta el trabajo exitoso en el curso de Matemática general, donde se les demanda otro tipo de habilidades.
- ✓ La forma como se introdujo la calculadora científica en la educación secundaria pareciera ser un aspecto importante por considerar para muchos estudiantes, pero no necesariamente será la más importante y tampoco tendrá que ser un factor determinante de la promoción final, sino que dependiendo de la forma en que se conjuguen otras variables podría ser que el estudiante obtenga un resultado mejor o peor en la asignatura que curse.

- ✓ De parte de los docentes entrevistados, las causas del bajo rendimiento de los estudiantes pueden estar asociadas a variables similares a las identificadas por el estudio de Tejedor y García-Valcárcel (2007). La falta de aprovechamiento de los recursos que le brinda el Instituto Tecnológico, la insuficiencia de los conocimientos previos que son necesarios para el buen desarrollo del curso, la falta de desarrollar hábitos de estudio acordes con las exigencias de la carga académica que han matriculado, entre otros, son aspectos en que se coinciden.
- ✓ Desde el punto de vista de los estudiantes, también se muestran coincidencias con lo señalado por este estudio de Tejedor y García-Valcárcel (2007), por ejemplo, la falta de orientación de parte de los docentes, la cantidad de asignaturas que matricularon, y sobre todo la dificultad misma de la materia.
- ✓ También se obtiene evidencia en este trabajo para reforzar los hallazgos de Moreira (2011), sobre la importancia de considerar algunas de las variables que afectan a los estudiantes del curso Matemática general del TEC: demográficas, historial académico y familiar, características del docente y servicios institucionales, la interacción docente-estudiante y las estrategias metodológicas.
- ✓ El tipo de colegio de procedencia parece ser una variable importante relacionada con el resultado en MG, pues como se pudo constatar, de los estudiantes que matricularon el curso por primera vez, solamente 47% lo aprobó. Sin embargo, el subgrupo que tuvo mejor resultado en el curso fue el conformado por los estudiantes que provienen de colegios privados, de los cuales aprobó 50,2%.
- ✓ Entre los estudiantes que aprobaron el curso de Matemática general se evidencia una menor dependencia al uso de la calculadora para resolver ejercicios de Matemática, además de una leve diferencia en cuanto al nivel en que empezaron a utilizar esta herramienta en las clases de secundaria, pues una cantidad considerable de esta población indica haber empezado más tardíamente.
- ✓ Estudiantes de ambos grupos, los que aprobaron y los que perdieron MG, manifiestan haber recurrido al aprendizaje de técnicas para responder ejercicios de selección única principalmente como parte de la preparación para la prueba de bachillerato.
- ✓ El trabajo con la calculadora científica durante los últimos años de la educación secundaria puede ser una de las causas por las que los estudiantes olviden algoritmos relacionados con las operaciones con los números reales, aspecto que se evalúa en el primer examen del curso MG. La deficiencia en la ejecución de algunos de estos

algoritmos a su vez, se pueden vincular con dificultades para la resolución de problemas de otros de los temas que se estudian en el mismo curso.

- ✓ A lo interno de la cátedra de Matemática general no se evidencia una discusión ni un consenso en cuanto al papel de la tecnología y en particular de la calculadora científica como herramienta para el aprendizaje.
- ✓ El Instituto Tecnológico de Costa Rica ofrece diferentes ayudas a los estudiantes de primer ingreso como talleres del proyecto RAMA, atención psicopedagógica, examen de diagnóstico, horas de consulta, entre otros. Sin embargo, no se evidencia una mayor coordinación entre estas ofertas, ni pareciera que se considere dentro de estas medidas una orientación específica al trabajo de los estudiantes de acuerdo con la información brindada por la prueba de diagnóstico, ni se promueve el análisis reflexivo de la calidad de la formación matemática recibida en secundaria con miras en el curso universitario. Tampoco se realizan actividades donde se aproveche la experiencia de los estudiantes experimentados para brindar recomendaciones a los que recién ingresan.

Recomendaciones

Algunas de las recomendaciones que se plantean al concluir esta investigación son las siguientes:

A los estudiantes del ciclo diversificado

- ✓ Demandar del centro educativo donde está inscrito una formación matemática que no se limite al aprendizaje de métodos centrados en el uso de la tecnología para la solución de ejercicios sin que medie la aplicación y la comprensión de conceptos.
- ✓ Si considera que tiene interés en ingresar posteriormente a una carrera universitaria donde la Matemática sea un área importante, procurar participar en programas académicos como MATEM que le permitan fortalecer su formación en esta asignatura y complementar el programa de bachillerato.

A los estudiantes de primer ingreso al TEC

- ✓ Realizar la prueba de diagnóstico de Matemática y pedir orientación a los profesores de la Escuela de Matemática y al Departamento de Orientación y Psicología (DOP) sobre posibles medidas que deba tomar de acuerdo con el resultado obtenido en esa prueba.

- ✓ Solicitar información a estudiantes de su carrera que han recibido el curso anteriormente, profesores y al DOP, sobre técnicas y hábitos de estudio que puedan resultarle útiles, así como aspectos que le permitan comparar el curso con la formación recibida en secundaria.
- ✓ Realizar un proceso de reflexión acerca del nivel de dominio que logró desarrollar en la educación secundaria con respecto a los diferentes temas estudiados, y en especial, identificar qué tanto dependía de la utilización de diversas herramientas de la calculadora científica.

A los profesores de la cátedra Matemática general

- ✓ Incluir en las discusiones de la cátedra la forma de abordar la dependencia a la calculadora científica que pudieron haber desarrollado algunos de los estudiantes que se matriculan en el curso, y la falta de dominio conceptual que puede generar esta situación.
- ✓ Coordinar con el Departamento de Orientación y Psicología y con las asociaciones de estudiantes, algunas medidas para orientar a los estudiantes sobre estrategias que les permitan enfrentar el curso con mayor probabilidad de éxito, de acuerdo con las condiciones de ingreso de cada uno de ellos.

A la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica

- ✓ Acompañar el informe del resultado del examen de diagnóstico de cada estudiante con información detallada por áreas de contenidos y habilidades, así como de referencias bibliográficas y sugerencias para abordar los contenidos que fueron identificados como de bajo dominio.
- ✓ Ofrecer charlas de orientación a los estudiantes de primer ingreso, en conjunto con el DOP y las asociaciones de estudiantes, sobre las características del curso, los requerimientos académicos y sugerencias para mejorar las debilidades que puedan identificarse. En estas sesiones es importante hacer ver a los estudiantes la diferencia entre un curso de Matemática a nivel universitario con respecto a lo que pudo haber sido su experiencia en la educación secundaria, así como las diferencias en evaluación y en particular del uso de la calculadora científica.

Al Departamento de Orientación y Psicología

- ✓ Contemplar el desarrollo de actividades como: talleres sobre técnicas de estudio específicamente para los cursos iniciales de Matemática, orientación acerca de la cantidad de créditos que debe matricular un estudiante y el tiempo que debe dedicar a cada curso matriculado, de acuerdo con la información obtenida en una prueba diagnóstica de matemática y de otros aspectos relacionados con la atención psicopedagógica.
- ✓ Elaborar y aplicar algún instrumento paralelo a la prueba de diagnóstico de Matemática, que permita complementar la información inicial con otros aspectos que se han señalado en este y otros trabajos que están relacionados con el rendimiento académico.

Al Ministerio de Educación

- ✓ Promover procesos de aprendizaje y evaluación que no se limiten al uso de técnicas que carezcan de contenido conceptual. En cuanto al uso de la tecnología se recomienda orientarse por las diferentes publicaciones como las que se mencionan en este trabajo, donde se fomenten actividades que favorezcan el desarrollo de habilidades como la investigación, el planteamiento y verificación de conjeturas, entre otras.
- ✓ Fomentar la participación de estudiantes que pretendan estudiar ingeniería u otras carreras relacionadas directamente con la Matemática, en programas como el Proyecto MATEM, en los cuales puedan adquirir los conocimientos suficientes para aumentar la probabilidad de tener éxito en los cursos universitarios.

Referencias bibliográficas

- Alsina, C; C. Burgués, J. Fortuny, J. Giménez y M. Torra. (1998). *Enseñar Matemáticas*. Segunda edición. Barcelona: Editorial Graó.
- Artigue, M. (2002). *Aprendiendo Matemática en un ambiente CAS: la génesis de una reflexión sobre la instrumentación y la dialéctica entre el trabajo técnico y el conceptual*. Recuperado de <<http://www.mat.uson.mx/calculadora/artigue.htm>>.
- Artigue, M. (2004). Problemas y desafíos en educación Matemática: ¿Qué nos ofrece hoy la didáctica de la Matemática para afrontarlos? En: *Educación Matemática*. Vol. 16, núm. 3, pp. 5-28.
- Ballestero, E. (2007). Instrumentos psicológicos y la teoría de la actividad instrumentada: fundamento teórico para el estudio del papel de los recursos tecnológicos en los procesos educativos. En: *Cuadernos de investigación y formación en educación Matemática*. Año 3, núm. 4, pp. 125-137.
- Barile, V. (2003). Una experiencia utilizando calculadoras en la enseñanza del cálculo. En: *Revista iberoamericana de educación*. Recuperado de <<http://www.rieoei.org/experiencias57.htm>>.
- Barrantes, F. (1999). Uso de la calculadora en el proceso educativo. En: *Revista digital de Matemática, educación e internet*. Vol. 10, núm. 1, Recuperado de <<http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/ContribucionesN32001/USO%20DE%20LA%20CALCULADORA%20EN%20EL%20PROCESO%20EDUCATIVO/pag1.htm>>.
- Camargo, L; P. Perry y C. Samper. (2005). La demostración en la clase de geometría: ¿puede tener un papel protagónico? En: *Educación Matemática*. Vol. 7, núm. 3. pp. 53-76.
- Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. En *Revista latinoamericana de investigación en Matemática educativa*. Vol. 11, núm. 2. pp. 171-194 Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000200002&lng=es&nrm=i&tlng=es>.
- Cedillo, T. (1998). Hacia un modelo didáctico para el uso de la calculadora en el aula. En: *Memorias del noveno seminario nacional de calculadoras y microcomputadoras en educación Matemática*. México. Recuperado de <<http://www.fismat.umich.mx/mateduca/Carlos/mem9sem/memixsem.pdf>>.
- Cedillo, T. (2006). La enseñanza de las Matemáticas en la escuela secundaria. Los sistemas algebraicos computarizados. En: *Revista mexicana de investigación educativa*. Vol. 11, núm. 28. pp. 129-153. Recuperado de <<http://cimm.ucr.ac.cr/ojs/index.php/eudoxus/article/view/552/545>>.

- Chacón, M. (2005). Uso de la calculadora TI-89 en un curso de métodos numéricos para estudiantes de ingeniería. En: *Memorias del IV CIEMAC*. Recuperado el 10 de julio de 2011 de <http://www.cidse.itcr.ac.cr/ciemac/4toCIEMAC/Ponencias/UsodelacalculadoraTI89.pdf>.
- Codes, M. y M. Sierra. (2005). Entorno computacional y educación Matemática: una revisión del estado actual. En: *IX simposio SEIEM, Córdoba*. Recuperado de <http://www.seiem.es/publicaciones/archivospublicaciones/comunicacionesgrupos/cd/grupos/grupoanalisiscodessierra.pdf>.
- Campistrous, L.A. y López, J. (s.f.) La calculadora como una herramienta heurística. Recuperado de http://education.ti.com/es/latinoamerica/investigacion/profesor_investigacion
- Campistrous, L.A. y López, J. (s.f.) La calculadora: Rutina o pensamiento. Recuperado de http://education.ti.com/es/latinoamerica/investigacion/profesor_investigacion
- Cueto, B. (2008). *Actividad generativa: los intervalos*. Recuperado de <http://education.ti.com/calculators/downloads/LATINOAMERICA/Activities/Detail?id=10740>.
- De Faria, E. (2001). *La tecnología y las múltiples representaciones*. Recuperado de <http://education.ti.com/sites/LATINOAMERICA/downloads/pdf/InnovaE1.pdf>.
- De la Rosa, A. (2001). La calculadora y los sistemas semióticos de representación. Hacia un aprendizaje de los conceptos matemáticos. En: *Revista electrónica de didáctica de las Matemáticas*. Año 2, núm. 1. Recuperado de <http://www.uag.mx/matematicas/redm/art/a0502.pdf>.
- Del Castillo, A. y Montiel, G. (2009). ¿Artefacto o instrumento?: esa es la pregunta. En: *Acta latinoamericana de Matemática educativa*. núm. 22. pp. 459-467. Recuperado de [http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/\(ADelCastillo-GMontiel2009a\)-ALME22-.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/(ADelCastillo-GMontiel2009a)-ALME22-.pdf).
- Del Puerto, S. y C. Minaard. (2003). El uso de la calculadora gráfica en el aprendizaje de la Matemática. En: *Revista Iberoamericana de Educación*. Recuperado de <http://www.rieoei.org/deloslectores/393Puerto.PDF>.
- Discovery Chanel. (s.f.). *Breve historia de la tecnología moderna*. Recuperado de http://www.tudiscovery.com/guia_tecnologia/breve_resena/index.shtml.
- Ellington, A. (2003). A meta-analysis of the effects of calculators on students' achievement and attitude levels in precollege mathematics classes. En: *Journal of research in Mathematics Education*. Vol. 34, núm. 5, pp. 433-463.
- García, J.A. (2009). La calculadora científica y la obtención de la respuesta correcta en el ciclo diversificado. En: *Revista electrónica actualidades investigativas en educación*. Vol. 9,

núm. 2. pp. 1-19. Recuperado de <<http://revista.inie.ucr.ac.cr/articulos/2-2009/archivos/calculadora.pdf>>.

Grows, D. y K. Cebulla. (2000). *Mejoramiento del desempeño en Matemáticas. Serie prácticas educativas 4*. México: Traducción realizada por CENEVAL. Recuperado de <<http://unesdoc.unesco.org/images/0012/001254/125453s.pdf>>.

Hernández, R; C. Fernández y P. Baptista. (2010). *Metodología de la investigación*. Quinta edición. México: Editorial MacGraw-Hill.

Hitt, F. y J.C. Cortés. (2009). Planificación de actividades en un curso sobre la adquisición de competencias en la modelización Matemática y uso de la calculadora con posibilidades gráficas. En: *Revista digital de Matemática, educación e internet*. Vol. 10, núm. 1. Recuperado de <http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/ARTICULOS_V10_N1_2009/PLANIFICACION_ACTIVIDADES/Planificacion_de_actividades.pdf>.

HP Calculators. (s.f.). *HP 9s Solving problems involving fractions*. Recuperado de <<http://h20331.www2.hp.com/Hpsub/downloads/9sfractions.pdf>>.

Kutzler, B. (2000). *La calculadora algebraica como herramienta pedagógica para enseñar Matemáticas*. Recuperado de <<http://www.mat.uson.mx/calculadora/KUTZLERJRJR.htm>>.

Lamos, H. y J.A. Giraldo. (2011). Un modelo conceptual para el análisis del desempeño académico de los estudiantes de cálculo I en la UNAB. En: *Revista educación en ingeniería*. núm. 12, pp. 115-124. Recuperado de <http://www.acofi.edu.co/revista/Revista12/2011_I_30.pdf>.

Ministerio de Educación Pública (2005). *Programa de estudios, Matemática ciclo diversificado*. San José: Imprenta nacional.

Ministerio de Educación Pública (2005). *Programa de estudios, Matemática III ciclo*. San José: Imprenta nacional.

Ministerio de Educación Pública (2005). *Programa de estudios, Matemática ciclo diversificado*. San José: Imprenta nacional.

Ministerio de Educación Pública. (2007). *Informe Nacional sobre los resultados de las Pruebas Nacionales de la Educación formal. Bachillerato*. San José: Dirección de Gestión y evaluación de la Calidad. Departamento de Evaluación Académica y Certificación, Ministerio de Educación Pública.

Ministerio de Educación Pública. (2008). *Tabla de especificaciones para la prueba nacional de Bachillerato, modalidad técnica y académica*. San José: Ministerio de Educación Pública.

- Moreira, T.E. (2011). *Análisis multinivel de los factores asociados al rendimiento académico en el Instituto Tecnológico de Costa Rica*. (Informe de proyecto de investigación N° 5402-1580-0601). Cartago: Instituto Tecnológico de Costa Rica.
- Moreno, L. (2002). Calculadoras algebraicas y aprendizaje de las Matemáticas. En: *Memorias del seminario nacional de docentes: uso de nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas*. pp. 93-98. Recuperado de <<http://www.eduteka.org/GeometriaVisual.php>>.
- Moreno, L. (2002). Cognición y computación. El caso de la geometría y la visualización. En: *Memorias del seminario nacional de docentes: uso de nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas*. pp. 87-92. Recuperado de <<http://www.eduteka.org/GeometriaVisual.php>>.
- Moreno, L. (2002). Graficación de funciones. En: *Memorias del seminario nacional de docentes: uso de nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas*. pp. 110-140. Recuperado de <<http://www.eduteka.org/GeometriaVisual.php>>.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2005). *Computation, calculators and common sense*. Recuperado de <http://www.nctm.org/uploadedFiles/About_NCTM/Position_Statements/computation.pdf>.
- Organización de bachillerato internacional. (2004). *Programa del diploma estudios Matemáticos NM*. Ginebra: Recuperado de <<http://personal.us.es/tendero/maes/ProgramaBINM.pdf>>.
- Organización de bachillerato internacional (2008). *Calculadoras electrónicas*. Recuperado de <http://xmltwo.ibo.org/publications/DP/Group0/d_0_dpyyy_vmx_0809_1/pdf/section_j_s.pdf>.
- Organización de bachillerato internacional (2008). *Matemáticas nivel medio. Tareas de la carpeta*. Recuperado de <<http://ibopenacorada.files.wordpress.com/2010/01/tarea-matematica-interna.pdf>>.
- Organización para la cooperación y el desarrollo económico. (2006). *Programa para la evaluación internacional de alumnos. Marco de la evaluación. conocimientos y habilidades en ciencias, Matemáticas y lectura*. Recuperado de <<http://www.oecd.org/dataoecd/59/2/39732471.pdf>>.
- Pochulu, M. (2005). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la Matemática en alumnos que ingresan a la universidad. En: *Revista iberoamericana de educación*. Recuperado de <<http://www.rieoei.org/deloslectores/849Pochulu.pdf>>.
- Poole, B. (1999). *Tecnología educativa. Educar para la sociocultural de la comunicación y del conocimiento*. Segunda edición. Madrid: McGraw Hill.
- Poveda, R. y M. Murillo. (2010). Las nuevas tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. En: *La educación Matemática en Costa Rica. Balance y perspectivas para un nuevo siglo*. Segunda edición digital. Recuperado de

<<http://cimm.ucr.ac.cr/aruz/libros/Uniciencia/Articulos/Volumen1/Parte6/articulo10.html#biografia>>.

Ramírez, G. y otros. (2010). *Informe del Proyecto Rendimiento Académico en Matemática* (material sin publicar). Cartago: Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Ramírez, G. (2011). *Informe ejecutivo del examen de diagnóstico del TEC* (material sin publicar). Cartago: Instituto Tecnológico de Costa Rica.

Ramírez, G; J. Chavarría, C. Barahona y M. Mora. (2009). Análisis de las conceptualizaciones erróneas en conceptos de geometría y sistemas de ecuaciones: un estudio con estudiantes universitarios de primer ingreso. En: *Revista digital de Matemática, educación e internet*. Vol. 10, núm. 1. Recuperado de <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/ARTICULOS_V10_N1_2009/ANALISIS_CONCEPTUALIZACIONES/Analisis_de_las_conceptualizaciones.pdf>.

Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de la Matemática. En Kilpatrick Jeremy, Gómez Pedro y Rico Luis (Editores) *Educación Matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 69- 108.

Sanabria, G. (2011). Análisis multivariado de datos: aproximación didáctica. En: *Memorias de la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*. Recuperado de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/742/211>.

Tejedor, F. y A. García-Valcárcel. (2007). Causas del bajo rendimiento del estudiante universitario (en opinión de los profesores y alumnos). Propuestas de mejora en el marco del EEES. En: *Revista de educación*. núm. 342, pp. 443-473.

Vilanova, S. M. Rocerau, G. Valdez, M. Oliver, S. Vecino, P. Medina, M. Astiz y E. Álvarez. (2001). La educación Matemática: el papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. En: *OEI. Revista iberoamericana de educación*. Recuperado de <<http://www.rieoei.org/deloslectores/203Vilanova.PDF>>.

Vílchez, Enrique. (2005). Impacto de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación para la enseñanza de la Matemática en la educación superior. En: *Revista digital Matemática, educación e internet*. Vol. 7, núm. 2. Recuperado de <http://www.tecdigital.itcr.ac.cr/revistamatematica/ContribucionesV7_n2_2006/IMPACTO/ImpactoTecn.html>.

Villegas, J. (2007, febrero 12). Calculadora oculta deficiencias de estudiantes en Matemática. En: *La Nación*. Recuperado de <http://www.nacion.com/ln_ee/2007/febrero/12/pais992479.html>.

Villegas, J. (2007, julio 14). Asesores del MEP piden eliminar uso de calculadoras científicas. En: *La Nación*. Recuperado de <http://www.nacion.com/ln_ee/2007/julio/14/pais1167720.html>.

Waits, B. y Demana, F. (1999). *Calculators in mathematics teaching and learning. Past, present and future*. Recuperado de <http://www.math.ohio-state.edu/~waitsb/papers/ch5_2000yrbk.pdf>.

Sitios web de consulta

Bachillerato internacional: <<http://www.ibo.org/es/>>.

Calculadoras Casio, página principal: <<http://www.casio-intl.com/latin/es/calc/>>.

Calculadoras HP, área para el docente:
<<http://www.hp.com/latam/ac/productos/calculadoras/educadores/profesores.html>>.

MATEBrunca: <<http://www.matebrunca.com>>.

Revista de la Escuela de Matemática del Instituto Tecnológico de Costa Rica:
<<http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/>>.

Texas Instruments, área para el docente:
<<http://education.ti.com/es/latinoamerica/profesor/professor>>.